

CONFERENCE ROLAND CHARNAY

Tours le 14 novembre 2018

Histoire du nombre, du calcul

En -30 000 une quantité est évoquée par une autre quantité (cailloux...)

En 3 500 sur tablette argile sumérienne : utilisation de groupement par 10, 60, 600, 3 600, 36 000

Entre -300 et 400 apparition des chiffres et du 0 : système indo-arabe.

1200 : ce système se diffuse en Occident

1490 signes + et – (avant « plus »/ »minus » puis « p » / « m »)

1630 signe x (avant « in »)

Accéder au concept (cadre issu des travaux de Gérard Vergnaud)

Les différentes composantes du concept

- Ce sont les **problèmes** qui lui donnent du sens :
 - à quoi servent les nombres ?
 - à quoi sert la soustraction ?

Quantités et grandeurs : comparaison, modification (sens cardinal)

Rang : repérage, déplacements (sens ordinal)

- Il faut des moyens pour l'évoquer, de se le **représenter** dans les 3 différentes zones du cerveau
 - par des représentations analogiques : matérielles, schématiques (*constellations, bouliers*)
 - par le langage verbal : *mots nombres*
 - par le langage symbolique : *chiffres*
- Ses **propriétés** :
 - définitions
 - propriétés

0 est un nombre, ajout de 1 → nombre suivant, décompositions $a+b$ et $b+a$...

et ses **techniques**

- résultats
- procédures

dénombrer, comparer, ajouter, soustraire, décomposer, compléter...

Le concept se développe lorsqu'on enrichit les différentes composantes de ce concept. Il n'y a pas de hiérarchie entre ces différentes composantes, elles se développent simultanément en constantes interactions.

Les représentations des nombres

La maîtrise des nombres jusqu'à 10 est un premier pas essentiel.

Ils permettent d'exprimer tous les autres nombres (système décimal)

Ils permettent de comparer ($47 < 72$ suppose connu $4 < 7$)

Ils permettent tous les autres calculs ($30+40 \rightarrow 3\text{dizaines} + 4\text{dizaines}$)

- Les très petits nombres jusqu'à 3 :
 - le dénombrement de ces quantités est très rapide : on ne compte pas
 - la disposition des objets a peu d'influence
 - 2 est facilement reconnu comme 1 et 1 et 3 comme 2 et 1

Sur ces trois premiers nombres il est facile de voir que **le nombre suivant est le nombre précédent plus un**

- La **première association** à mettre en place c'est la **quantité** (objets, constellations, doigts de la main...) avec le **mot** nombre
- la représentation chiffrée arrive après
- Jusqu'à 5 :
 - 4 et 5 ne sont pas reconnus immédiatement
 - la **reconnaissance rapide** nécessite une **organisation** (recours à 1 figure)
 - il faut apprendre une reconnaissance immédiate de ses doigts → elle permet d'avoir une représentation mentale → elle permet la maîtrise de la quantité globale
 - si ces deux quantités ne sont pas organisées, on dénombre et ce n'est pas l'objectif
- de 6 à 10 en appui sur 5 et sur les doubles
 - l'appui sur 5 et sur les doubles est important pour le calcul mental
 - faire intervenir le plus de représentations possibles puisque chacun mémorise la sienne représentations avec les doigts, les constellations du dé, des points alignés -en 2 lignes : 5 puis 1, 2 ...)mais **toujours avec appui sur 5**

Quelles utilisations des représentations des nombres ?

- Pour exprimer une quantité : décomposer la quantité pour la mettre en relation avec la bonne représentation ; dénombrer pour choisir les bonnes représentations
- pour exprimer le résultat d'une action sur les quantités : activité de calcul avec « la boîte » : je mets 2 cubes dans ma boîte puis 4 cubes (importance de ne pas voir avant de donner la réponse, l'enfant doit **anticiper** la réponse) on pourra demander de répondre avec des objets, avec des constellations, avec des nombres et on vérifiera si besoin en sortant les objets de la boîte
- pour décomposer des quantités pour préparer le décomposition des nombres : **ne pas vouloir associer tout de suite l'écriture chiffrée, privilégier la représentation et le mot oral dans un premier temps**
ex : Assembler **2 cartes** à points pour avoir 5 points → trouver toutes les possibilités et les expliciter
-cinq c'est quatre et un -ou un et quatre- → approche de la commutativité
-cinq c'est deux et trois...
cinq c'est cinq et rien (carte vide)
Comprendre la nécessité de s'organiser pour les trouver toutes
- pour constituer des répertoires additifs qui ne sont pas présentés dans un premier temps (CP, CE1) sous forme de tableaux à double entrée

Le dénombrement

- dénombrer ce n'est pas compter
compter c'est associer un objet à chaque mot de la suite des mots nombres
dénombrer c'est utiliser un moyen pour exprimer une quantité
- dénombrer rapidement : le subitizing. C'est être capable de dire une quantité immédiatement

- (reconnaissance globale : 1, 2, 3)
- dénombrer par reconnaissance de représentation, d'organisation (les doigts de la main, les constellations du dé...) les nombres jusqu'à 10
- dénombrer par accumulation de un en un : quand je dis 2 c'est 1 et encore 1. C'est l'apprentissage du fait que chaque nombre est formé du précédent auquel on ajoute 1
 - Quelques difficultés rencontrées lors du dénombrement par accumulation :
 - suite verbale non stable, non conventionnelle
 - énumération difficile (considérer une fois et une seule chaque objet, mauvaise coordination geste/ mots)
 - absence de cardinalisation lié à un numérotage plutôt qu'un dénombrement
- dénombrer en organisant les collections
- dénombrer par calcul
 - par sur-comptage □ □ □ □ □ □ □
 - par représentation et lecture directe du résultat sur les doigts
 - par utilisation d'une connaissance : « un de plus c'est le suivant » « deux de plus c'est le suivant du suivant »
 - par récupération d'un résultat mémorisé : deux et deux ça fait quatre

Vers le calcul

« Les maths c'est comment savoir sans voir »

manipuler ET problématiser

anticiper puis valider le résultat

Manipuler favorise l'appropriation de la situation et du problème

Anticiper incite à l'expérience mentale, elle oblige à élaborer des procédures, permet la validation de la réponse et de la procédure

3 aspects sont importants :

- la possibilité pour l'élève d'essayer, de se tromper et de recommencer
- les interactions entre élèves : observer, imiter, expliciter
- les interventions de l'enseignant : solliciter, expliciter, verbaliser, apporter