

Rallye mathématique du Centre

Épreuve préparatoire - Décembre 2023

3^e : Exercices 1 à 6 et Info/Algo

2^{de} : Exercices 1 à 8 et Info/Algo

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.

Les solutions partielles seront examinées.

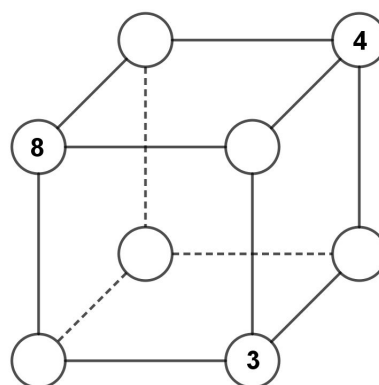
Bon courage et rendez-vous le 14 mars pour l'épreuve officielle.

Exercice n°1

The cube takes sides

5 points

Five numbers are missing in the diagram of the cube opposite. Complete the circles with positive integers so that the sum of the four numbers on each of the six faces equals 18. Give as many solutions as possible.



Exercice n°2

Tout neuf !

5 points

Tracer un triangle équilatéral ABC dont les côtés ont une longueur de 12 cm.

Tracer ses trois médiatrices. Elles se coupent en O .

Soit D le point d'intersection du côté $[BC]$ et de sa médiatrice.

Tracer un arc de cercle de centre D passant par O .

Cet arc de cercle coupe $[CD]$ en G .

La droite perpendiculaire à $[AB]$ passant par G coupe $[AB]$ en E .

Tracer le cercle de centre O passant par E .

On nomme H, I, J, K, L , et E les six points d'intersection de ce cercle avec les côtés du triangle ABC .

A l'intérieur du triangle ABC , on note N, P et Q les trois points d'intersection des médiatrices du triangle ABC et du cercle.

Tracer le polygone obtenu en joignant les points H, I, J, K, L, E, N, P et Q (mais pas dans cet ordre).

Quel est le nom de ce polygone?

Exercice n°3

Quand les pourcentages se mettent à table

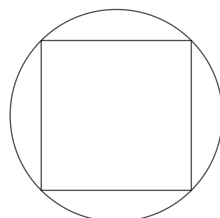
5 points

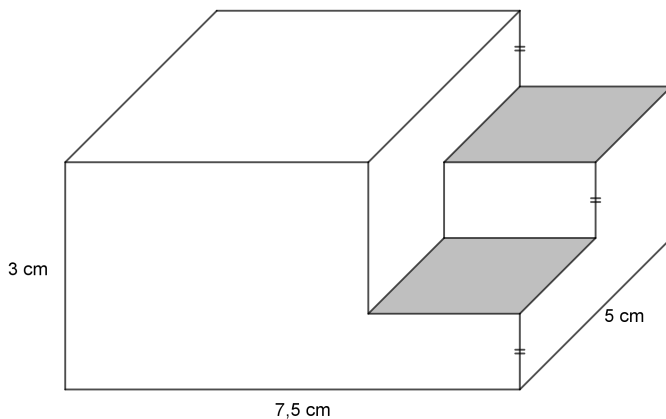
Une table carrée est munie de quatre abattants disposés comme sur le dessin, qui permettent de la transformer en une table ronde de 1,5 mètre de diamètre.

1. De quel pourcentage augmente la surface en utilisant les abattants?

2. De quel pourcentage augmente le périmètre en utilisant les abattants?

Donner les résultats arrondis à 1 % près.



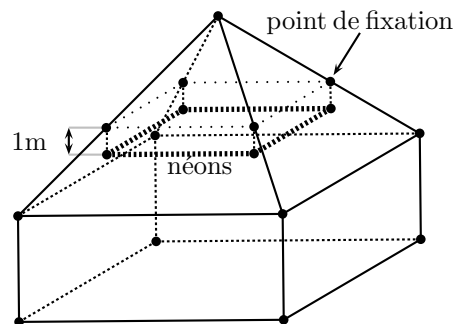
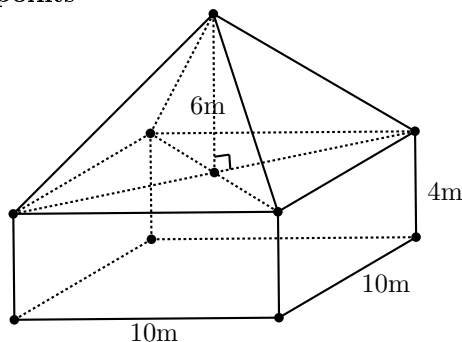
Exercice n°4**Kubembois****10 points**

La figure ci-dessus représente une pièce en bois d'un jeu de construction. Cette pièce taillée dans un pavé droit dont la base est un rectangle de 7,5 cm sur 5 cm et dont la hauteur mesure 3 cm. Les faces grises sont des carrés de 2,5 cm de côté. Déterminer la surface et le volume de cette pièce puis en dessiner un patron en vraie grandeur.

Exercice n°5**Nombres Harshad****8 points**

Les nombres Harshad sont les nombres entiers strictement positifs qui sont divisibles par la somme de leurs chiffres. Par exemple, $5 + 4 = 9$ or 54 est divisible par 9 ($54 = 9 \times 6$) donc 54 est un nombre Harshad. 7, 110 et 2024 sont aussi des nombres Harshad.

1. Quel est le plus petit nombre qui n'est pas Harshad ?
2. Donner la liste de tous les nombres Harshad inférieurs à 200.
3. Donner un nombre Harshad s'écrivant avec 33 chiffres.
4. Donner un nombre Harshad s'écrivant avec 24 chiffres et se terminant par 2.
5. Existe-t-il un nombre Harshad premier strictement supérieur à 7 ?

Exercice n°6**« Et la lumière fut »****8 points**

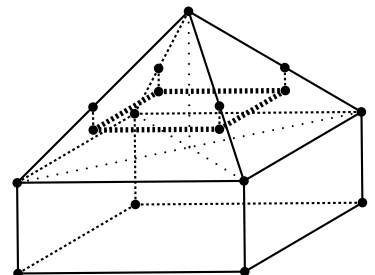
Un bâtiment est formé :

- d'un pavé droit à base carrée de côté 10 m et de hauteur 4 m ;
- d'une pyramide régulière à base carrée de côté 10 m et de hauteur 6 m qui forme le toit.

On veut accrocher un système d'éclairage dans cette salle. Ce système est composé de néons qui forment un carré horizontal de 7 m de côté.

Chaque sommet du carré formé par les néons est relié à une arête de la pyramide grâce à un filin vertical de 1 m de longueur.

1. À quelle distance du sommet de la pyramide se trouvent les points de fixation des quatre filins ?
2. À quelle hauteur du sol se trouvent les néons ?



Exercice n°7**A voir la dalle****8 points**

Jean-Pierre vient d'acheter un nouveau téléviseur pour remplacer l'ancien, tombé en panne. Il remarque que les deux téléviseurs ont des dimensions extérieures identiques de 102 cm sur 63 cm. La diagonale de la dalle de l'écran du nouveau téléviseur est affichée par le constructeur à 117 cm alors que la diagonale de l'ancien mesurait exactement 104 cm. Jean-Pierre se dit que la différence doit provenir du cadre de largeur régulière qui entoure les écrans. Le cadre est beaucoup plus fin sur le nouveau, il ne mesure que 1 cm de large.



1. Vérifier que la diagonale de la dalle du nouveau téléviseur mesure 117 cm en arrondissant au cm près.
2. Trouver la largeur du cadre qui entourait l'ancien téléviseur de Jean-Pierre. Arrondir au mm près.

Exercice n°8**Sous les pavages ...****8 points**

On dispose de carreaux de faïence rectangulaires de dimensions 2 cm sur 3 cm. Tous les pavages seront réalisés avec des carreaux **entiers**, en les posant **bord à bord, sans joint**.

1. Est-il possible de carrelé un rectangle d'aire 15 cm² avec de tels carreaux ?
2. (a) Proposer un pavage d'un rectangle de dimensions 8 cm sur 6 cm.
(b) Proposer un pavage d'un rectangle de dimensions 12 cm sur 7 cm.
3. Proposer trois rectangles, de dimensions différentes, que l'on peut carrelé en plaçant exactement cinq carreaux de faïence. On illustrera les réponses par des dessins.
4. On dispose de onze carreaux. En les utilisant tous, quels sont, en indiquant leurs dimensions, les rectangles que l'on peut obtenir ? Préciser les dimensions de celui qui a le périmètre minimum.

Exercice Informatique-Algorithmique**Chat c'est chouette, il y a des mulots !****12 points**

Dans sa grange à la campagne, Nicolas constate qu'il y a, à chaque début de mois, deux fois plus de mulots qu'à la fin du mois précédent.

1. Sachant qu'il y a onze mulots à la fin du premier mois, combien y en aura-t-il à la fin du deuxième mois ? à la fin du troisième mois ? Déterminer au bout de combien de mois le nombre de mulots dépassera 10 millions.
2. Paniqué, au moment où il y a 88 mulots, Nicolas décide d'adopter le mois suivant des chats qui, à eux tous, sont capables de manger 60 mulots par mois.
La population de mulots va-t-elle pouvoir atteindre 100 000 ? Les chats ont-ils réussi à beaucoup ralentir la progression ?
Faire un programme Scratch ou Python qui donne le nombre de mulots à la fin d'un mois demandé au départ.
3. Nicolas remarque qu'à partir du neuvième mois, des chouettes viennent s'installer tous les 3 mois à proximité pour dévorer 82% des mulots restants après les repas des chats.
Faire un autre programme Scratch ou Python qui donne le nombre de mulots à la fin d'un mois demandé au départ, tenant compte de ce nouvel événement.
4. Les chouettes ont-elles réussi à ralentir la progression ? La population peut-elle dépasser 3000 mulots ?

Aide Scratch : La commande `187 modulo 3` renvoie le reste de la division euclidienne du nombre 187 par le nombre 3 soit 1.

Aide Python : La commande `187%3` renvoie le reste de la division euclidienne du nombre 187 par le nombre 3 soit 1.

Consigne : Enregistrer vos programmes, même non terminés, sur la clef USB sous les noms :
numéro département - nom d'établissement - classe- prog1 et numéro département - nom d'établissement - classe - prog2.

