2001

Rallye

Épreuve Officielle

Exercice n° 1 :(5 points)

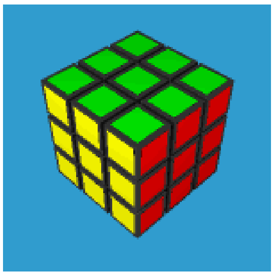
Coup de pub

Cette publicité est-elle réaliste ?

Peut-on vraiment fabriquer une pyramide à base carrée pleine contenant exactement 20 000 balles ?

Exercice n° 2 : (12 points)

Full contact



Un grand cube est composé de n^3 petits cubes de 1 cm d'arête, n étant un entier supérieur ou égal à 2.

Parmi ces n^3 petits cubes, on s'intéresse au nombre de ceux qui ont exactement p faces en contact avec des faces d'autres petits cubes.

On se propose de remplir le tableau ci-dessous:

p n				
2				
3				
4				
5				
k				

1) Quelles sont les valeurs possibles de p ?

2) Compléter les lignes 2, 3, 4 et 5.

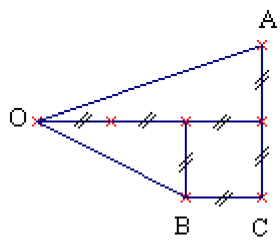
3) Pour n = k, proposer une formule pour chaque valeur de p. Expliquer.

4) Pour chaque ligne, vérifier par un calcul que les n^3 petits cubes ont bien tous été comptabilisés.

Exercice n° 3 : (5 points)

Si [AB] m'était compté

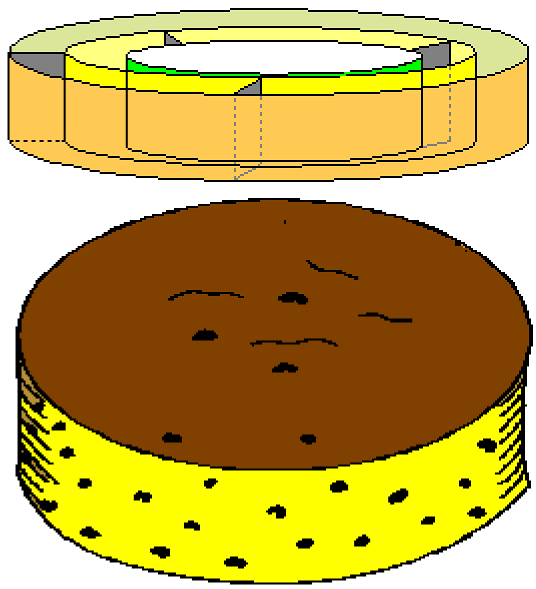
Sans utiliser la calculatrice, déterminer la valeur exacte de l'angle AOB .



Exercice n° 4 :(8 points)

Tranches étranges

Pour partager équitablement un gâteau de forme circulaire de diamètre 36 cm, on veut fabriquer un ustensile de découpe formé de trois cylindres d'acier concentriques tranchants de rayons 6, 12 et 18 cm reliés entre-eux par des séparateurs suivant le modèle ci-contre où seulement quatre séparateurs ont été placés.



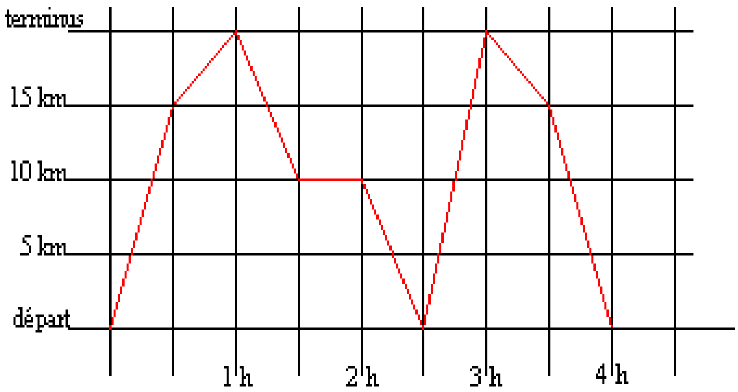
Combien de séparateurs doit-on positionner entre les cylindres pour que les parts aient toutes la même aire ?

Faire un dessin à l'échelle ½ de l'ustensile vu de dessus.

Exercice n° 5 : (5 points)

Le Tram

Un écran permet de surveiller à chaque instant la position d'un tramway par rapport à son point de départ, sur un trajet rectiligne de 20 kilomètres ; il affiche pour les quatre premières heures le graphique ci-contre :



En utilisant le graphique ci-contre, tracer sur la feuille réponse, le graphique des kilomètres parcourus en fonction du temps pendant ces quatre heures, en prenant comme unités, 2 cm pour 1 heure sur l'axe des abscisses et 1cm pour 5 km sur l'axe des ordonnées.

Calculer les vitesses moyennes du tram sur le 1er aller et retour, sur le 2ème puis sur les deux aller et retour.

Exercice n° 6 : (8 points)

Pile poil

Spécial seconde

Dans la figure ci-contre, on pose :AC = CB = d   et OT = R

1) Exprimer R en fonction de d pour que cette figure soit réalisable.

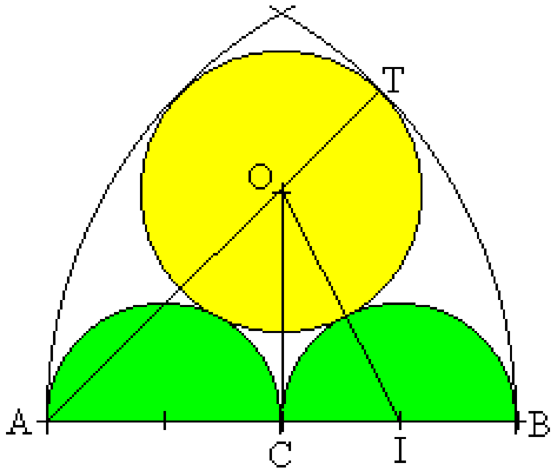
2) Pour d = 10 cm, calculer les longueurs OT et OA puis réaliser la figure avec le plus grand soin possible.

Spécial troisième

Dans la figure ci-contre, on pose :AC = CB = 10   et OT = R

Calculer R puis OA pour que cette figure soit réalisable .

Construire la figure avec le plus grand soin possible en prenant pour unité le centimètre.



Exercice n° 7 : (8 points)

Spécial Seconde

Amnésie sur les bords du cher

Au collège des " Bords du Cher ", les trois classes de 3^{e} ont obtenu au dernier Brevet des collèges les résultats suivants :

La 3^{e} Descartes a obtenu une moyenne de 13,7/20,

La 3^{e} Rabelais a obtenu une moyenne de 12,3/20,

La 3^{e} Chasles a obtenu une moyenne de 10,5/20.

Les deux classes, 3^e D et 3^e R réunies, ont obtenu une moyenne de 12,9.

Les deux classes, 3^e R et 3^e C réunies, ont obtenu une moyenne de 11,3.

1) S'il y avait eu 28 élèves dans la 3^e R, combien y aurait-il eu d'élèves dans chacune des deux autres classes ?

2) En fait, le Principal ne se souvient plus des effectifs des trois classes.

Après examen de ces moyennes, il affirme que la 3^e D a un effectif égal aux 3/4 de celui de la 3^e R et que la 3^e C a un effectif égal aux 5/4 de celui de la 3^e R.

Prouver qu'il a raison.

3) En déduire la moyenne des trois classes réunies.

Exercice n° 8 : (5 points)

Spécial seconde

Ballon rond .com

Sur le Web, dans un jeu permettant de gagner un ballon, Olivier a lu la question suivante :

Un ballon de football est composé de pièces de cuir en forme d'hexagones réguliers et de pentagones réguliers, tous cousus entre eux et dont les côtés ont tous la même longueur.

Combien faut-il de pièces pour confectionner un ballon de foot de taille classique :

24, 28, 32 ou 48 pièces?

Le lendemain, à son entraînement de foot, Olivier a observé le ballon et a essayé de compter les pièces qui le composent. Hélas, il n'a jamais trouvé le même nombre. Il a alors astucieusement utilisé ses lacets. Avec le premier, il a pris la mesure L_1 de la circonférence du ballon et avec le second, la mesure L_2 du côté d'une pièce.

Rentré chez lui, il a d'abord découvert qu'en exprimant de deux manières le nombre d'arêtes communes à un pentagone et à un hexagone, il obtenait la formule $5\ p = 3\ h$, où p est le nombre de pentagones et h le nombre d'hexagones qui composent le ballon.

Reproduire son raisonnement pour justifier cette formule.

Ensuite, il a mesuré les longueurs L_1 et L_2 ; il a trouvé L_1 » 68 cm et L_2 » 4,5 cm. Avec ces deux mesures, il a calculé trois aires. Identifier et calculer ces aires.

Avec tous ces renseignements, il a réussi à découvrir la bonne solution parmi les quatre propositions.

Déterminer le nombre de pièces constituant le ballon de foot. Préciser le nombre d'hexagones et de pentagones.